ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2026

Εξεταζόμενο μάθημα: **Μαθηματικά (Άλγεβρα) Επάλ**
Ημερομηνία: **02 – 06 – 2026**
Ώρα ανάρτησης: **11:30**

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ
Φροντιστήριο Μέσης Εκπαίδευσης

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σχολικό βιβλίο σελ.65

Α2. Απόδειξη σχολικό βιβλίο σελ.87

Α3. Απόδειξη σχολικό βιβλίο σελ.27

Α4.

α) Λάθος

β) Σωστό

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ε) Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.

$f'(x) = x^2 - 2x - 3$

Β2.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = 16 \; x_1 = 3$ ή $x_2 = -1$

x		-1		3	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	↗		↘		↗

Η f είναι γν. αύξουσα στο $(-\infty, -1]$
Η f είναι γν. φθίνουσα στο $[-1,3]$
Η f είναι γν. αύξουσα στο $[3, +\infty)$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ
Φροντιστήριο Μέσης Εκπαίδευσης

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο -1 το $f(-1) = \frac{8}{3}$
Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο -1 το $f(3) = -8$

Β3.

$A(0, f(0))$
$f(0) = \frac{1}{3}0^3 - 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$. Άρα $A(0,1)$
$\lambda = f'(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 3 = -3$
Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι : $y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow y = -3x + \beta$ το σημείο $A(0,1)$ ανήκει στην εφαπτομένη άρα :$1 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 1$
Άρα η εφαπτομένη της f στο Α είναι : $y = -3x + 1$

Β4.

$$\lim_{x\to -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x\to -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x\to -1} x - 3 = -1 - 3 = -4$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$\bar{x} = 4 \Leftrightarrow \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4 \Leftrightarrow \frac{23+\kappa}{7} = 4 \Leftrightarrow 23 + \kappa = 28$$
$$\Leftrightarrow \kappa = 28 - 25 \Leftrightarrow \kappa = 5$$

Γ2.

Βάζουμε τις παρατηρήσεις σε αύξουσα σειρά:

0,3,4,4,5,5,7

Αφού το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός :

$$\delta = t_{\frac{\nu+1}{2}} = t_4 \Leftrightarrow \delta = 4$$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ
Φροντιστήριο Μέσης Εκπαίδευσης

Γ3.

$$s^2 = \frac{(4-4)^2+(5-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(0-4)^2+(3-4)^2+(7-4)^2}{7} =$$

$$\frac{0^2+1^2+0^2+1^2+(-4)^2+(-1)^2+3^2}{7} = \frac{1+1+16+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

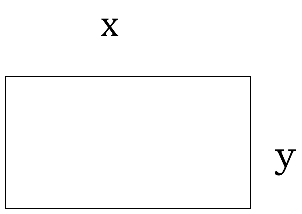
Γ4.

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$

Αφού $CV > 10\ \%$ το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ



$$E = 100 \Leftrightarrow xy = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$$

Δ1.

$$\Pi(x) = 2x + 2y = 2x + 2\frac{100}{x} = 2x + \frac{200}{x},\ x > 0$$

Δ2. Η Π παραγωγίσιμη στο $(0, +\infty)$ με $\Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2-200}{x^2}$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 200 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = 10 \text{ ή } x = -10\ \alpha\pi o\rho.$$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ
Φροντιστήριο Μέσης Εκπαίδευσης

x	0		10	
Π'	‖	$-$		$+$
Π	‖	↘		↗

άρα η Π ↘ στο $(0,10]$ και η ↗ $\sigma\tau o\, [10,+\infty)$ και γίνεται ελάχιστη για $x=10$

άρα και $y=\frac{100}{10}=10$

δηλαδή όταν το ορθογώνιο γίνεται τετράγωνο

Δ3.

$x_1<x_2 \Leftrightarrow x_1-x_2<0$ κι αφού η Π ↘ στο $(0,10)$ τότε:

$x_1<x_2 \Rightarrow \Pi(x_1)<\Pi(x_2)$

άρα $A=\frac{\Pi(x_1)-\Pi(x_2)}{x_1-x_2}<0$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ

Δ4.

$$L=\lim_{x\to 10}\frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x}-10}=\lim_{x\to 10}\frac{\frac{2x^2-200}{x^2}}{\sqrt{10x}-10}=\lim_{x\to 10}\frac{\left(\frac{2x^2-200}{x^2}\right)\left(\sqrt{10x}+10\right)}{\left(\sqrt{10x}-10\right)\left(\sqrt{10x}+10\right)}=$$

$$\lim_{x\to 10}\frac{2(x-10)(x+10)\left(\sqrt{10x}+10\right)}{10(x-10)x^2}=\frac{2\cdot 20\cdot 20}{10\cdot 100}=\frac{4}{5}$$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ
Φροντιστήριο Μέσης Εκπαίδευσης